

PROBLEMAS DE ELECTRÓNICA DIGITAL

1.- Un contactor R para el accionamiento de un motor eléctrico, está gobernado por la acción combinada de tres finales de carrera A, B y C. Para que el motor pueda funcionar, dichos finales de carrera deben reunir las siguientes condiciones:

- 1º) A accionado, B y C en reposo.
- 2º) B y C accionados, A en reposo.
- 3º) C accionado, A y B en reposo.
- 4º) A y C accionados, B en reposo.

Diseñar el circuito mínimo de puertas lógicas que cumple con dichas condiciones.

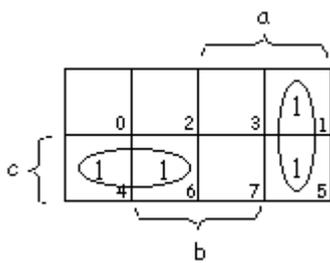
Tabla de verdad

c	b	a	R	
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	2
0	1	1	0	3
1	0	0	1	4
1	0	1	1	5
1	1	0	1	6
1	1	1	0	7

1ª FORMA CANONICA: Suma de productos cuya salida es igual a 1:

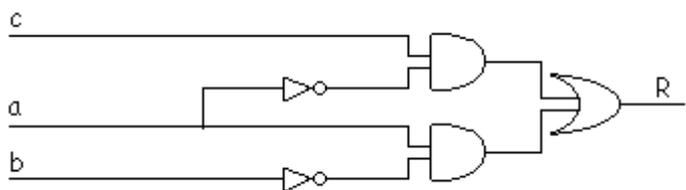
$$R = \Sigma_3 (1,4,5,6) \quad R = a \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c + a \cdot \bar{b} \cdot c + \bar{a} \cdot b \cdot c$$

• Simplificación por Karnaugh:



$$R = a \cdot \bar{b} + \bar{a} \cdot c$$

• CIRCUITO LÓGICO:



2.- Imagina que tienes que diseñar una puerta electrónica para un garaje, de forma que solo debe abrirse cuando se pulse una determinada combinación de botones (A, B y C), según las condiciones indicadas. Diseña el circuito lógico que permita la apertura de la puerta del garaje, empleando las puertas lógicas que consideres oportuno.

Condiciones de apertura: 1) C pulsado, A y B en reposo. 2) A, B y C pulsados.

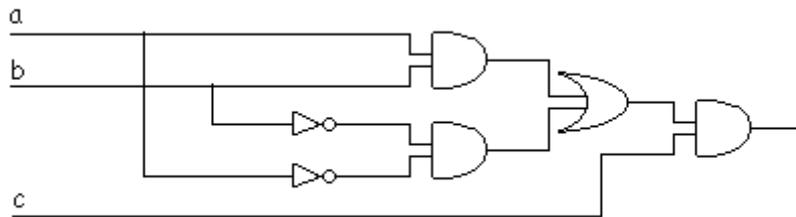
Tabla de verdad

c	b	a	R	
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	2
0	1	1	0	3
1	0	0	1	4
1	0	1	0	5
1	1	0	0	6
1	1	1	1	7

1ª FORMA CANÓNICA: Suma de productos cuya salida es igual a 1

$$S = \Sigma_3(4,7) = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c + a \cdot b \cdot c = c \cdot (\bar{a} \cdot \bar{b} + a \cdot b)$$

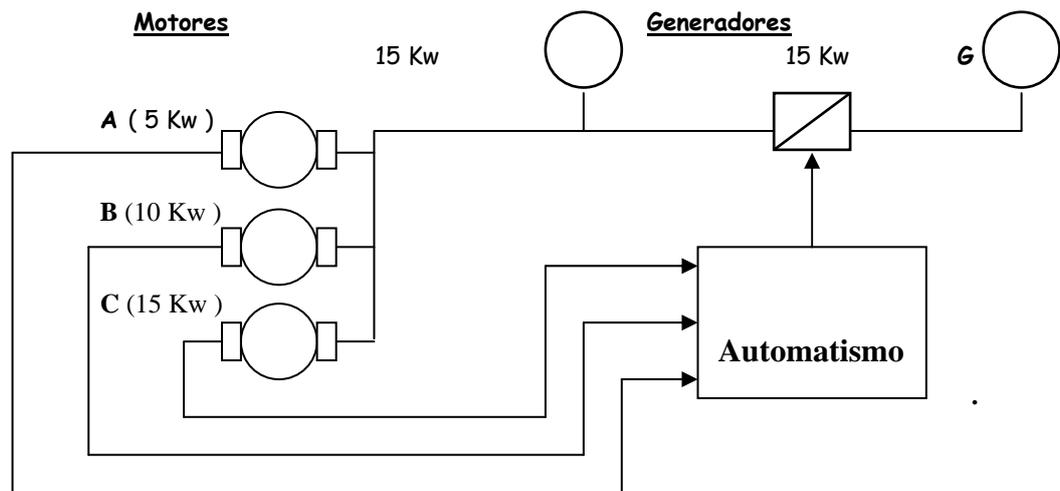
- CIRCUITO LÓGICO:



3.- En un determinado proceso industrial, disponemos de dos generadores de 15 Kw, cada uno, para alimentar a tres motores de 5 Kw, 10 Kw y 15 Kw, los cuales no funcionan siempre juntos (ver figura). Queremos realizar un automatismo que detecte los motores que están en funcionamiento en cada momento y ponga en marcha el segundo generador (G) cuando sea necesario.

SE PIDE:

- 1) La tabla de la verdad de la función G que controla el funcionamiento del 2º generador.
- 2) La función lógica en su primera forma canónica.
- 3) La expresión algebraica simplificada, obtenida mediante *mapas de Karnaugh*.
- 4) El circuito lógico correspondiente a la ecuación lógica sin simplificar y a la simplificada.



Entradas:

- 1 Motor funciona
- 0 Motor parado

Salidas:

- 1 Funciona 2º generador
- 0 No funciona 2º generador

• Tabla de la verdad:

- Ocho combinaciones de entradas (2^3).
- Salidas activas en función de las condiciones del enunciado.

A	B	C	G
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

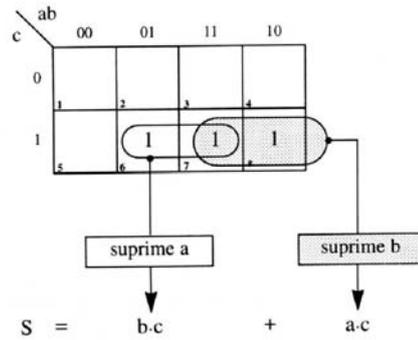
• Ecuación lógica:

- Primera forma canónica: Suma de productos lógicos que dan salida 1.

$$G = \Sigma_3(3,5,7)$$

$$G = \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot C$$

- Simplificación por Karnaugh:



$$G = B \cdot C + A \cdot C \rightarrow G = C \cdot (A + B)$$

- Simplificación por Álgebra de Boole:

$$G = \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot C + A \cdot B \cdot C$$

* Factor común AC en 2º y 3º miembros :

$$G = \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot C \cdot (\bar{B} + B); \quad * (\bar{B} + B) = 1$$

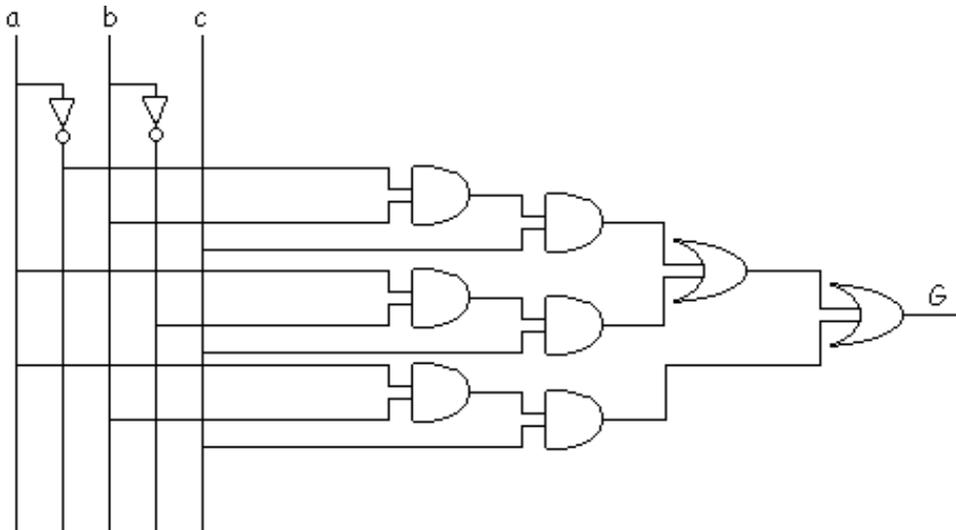
$$G = \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot C$$

* Factor común C en ambos términos :

$$G = C \cdot (\bar{A} \cdot B + A); \quad * \text{Teorema: } \bar{A} \cdot B + A = A + B$$

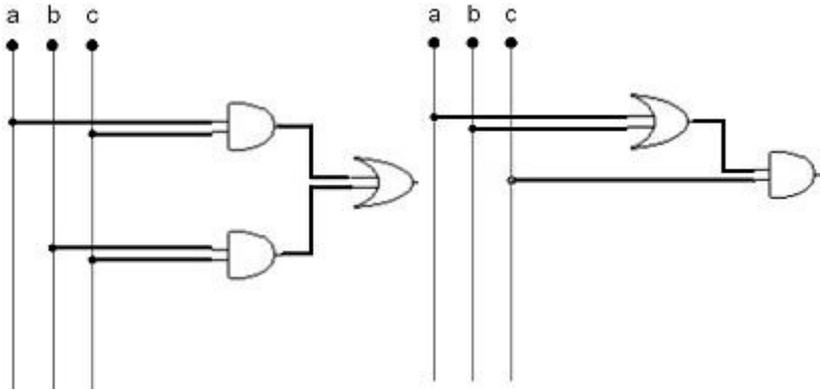
$$G = C \cdot (A + B)$$

- Circuito lógico (ecuación desarrollada):

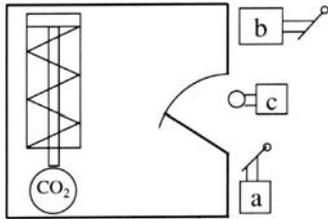


- Circuito lógico (ecuación simplificada): Hay dos opciones

$$G = B \cdot C + A \cdot C \rightarrow G = C \cdot (A + B)$$



4.- Una determinada instalación fabril está protegida contra incendios mediante una línea de extintores de dióxido de carbono. La apertura de los extintores se produce por la acción de un cilindro neumático de simple efecto, que al ser accionado rompe el precinto del depósito de CO_2 . Según el esquema que se acompaña y las condiciones de funcionamiento siguientes:



- La apertura de los extintores puede realizarse desde el exterior de la instalación mediante la válvula distribuidora "a".
- La línea de extintores puede activarse igualmente desde un centro de control, mediante el distribuidor "b".
- Por razones de seguridad, sólo es posible la puesta en funcionamiento del sistema de extinción si la puerta de la instalación se halla cerrada (captador "c" cerrado)

- Se pide:
 - La tabla de la verdad correspondiente al funcionamiento del sistema de extinción.
 - La ecuación lógica correspondiente.
 - La implementación del circuito lógico que cumple con las especificaciones dadas.

• **Tabla de la verdad:**

a	b	c	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

- Ocho combinaciones de entradas (2^3).
- Salidas activas en función de las condiciones del enunciado.

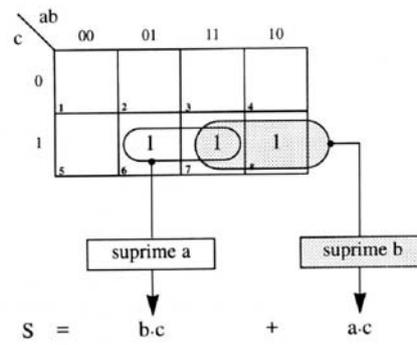
• **Ecuación lógica:**

- Primera forma canónica: Suma de productos lógicos que dan salida 1.

$$S = \Sigma_3(3,5,7)$$

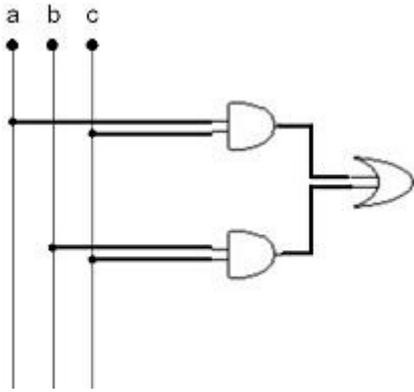
$$S = \bar{a}bc + a\bar{b}c + abc$$

- Simplificación por Karnaugh:

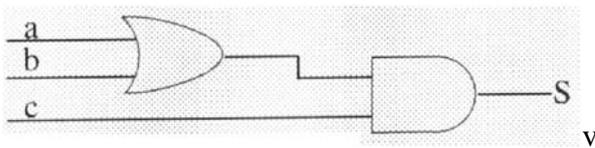


$$S = b \cdot c + a \cdot c \rightarrow S = c \cdot (a + b)$$

- Circuito lógico (primera opción):



- Circuito lógico (segunda opción):



6.- A partir de la tabla de la verdad que se acompaña:

- Determinar la función lógica correspondiente.
- Simplificar dicha función por el método de Karnaugh.
- Implementar el circuito combinacional correspondiente.

	d	c	b	a	S
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	1

a) $S = f(a, b, c, d) = \Sigma_4(2, 3, 5, 7, 10, 11, 15)$

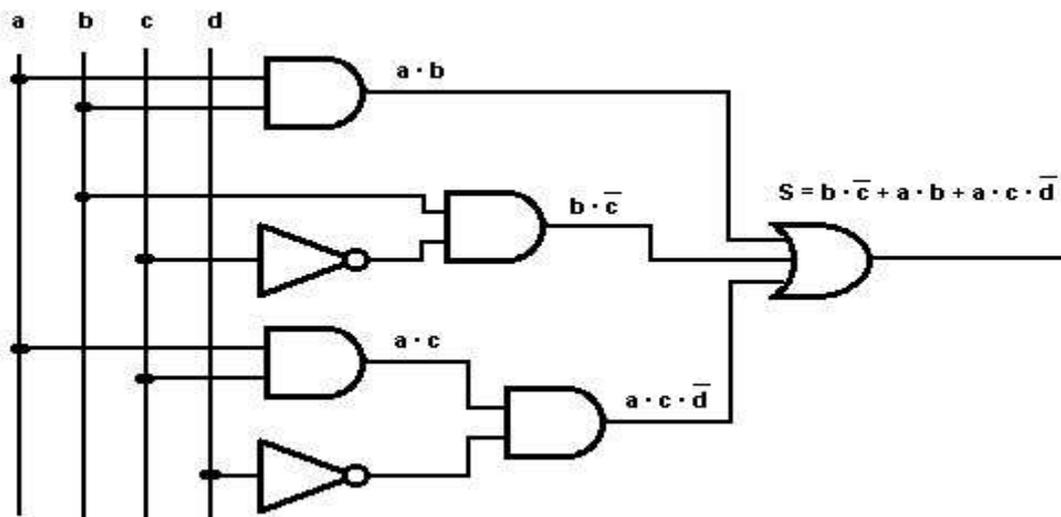
$$S = \bar{a} \cdot b \cdot \bar{c} \cdot \bar{d} + a \cdot b \cdot \bar{c} \cdot \bar{d} + a \cdot \bar{b} \cdot c \cdot \bar{d} + a \cdot b \cdot c \cdot \bar{d} + \bar{a} \cdot b \cdot \bar{c} \cdot d + a \cdot b \cdot \bar{c} \cdot d + a \cdot b \cdot c \cdot d$$

b)

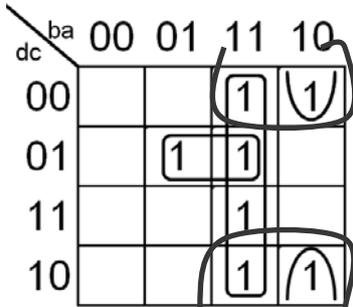
ab \ cd	00	01	11	10
00	0	1 2	1 3	1
01	8	1 10	1 11	9
11	12	14	1 15	13
10	4	6	1 7	1 5

$$S = b \cdot \bar{c} + a \cdot b + a \cdot c \cdot \bar{d}$$

c)



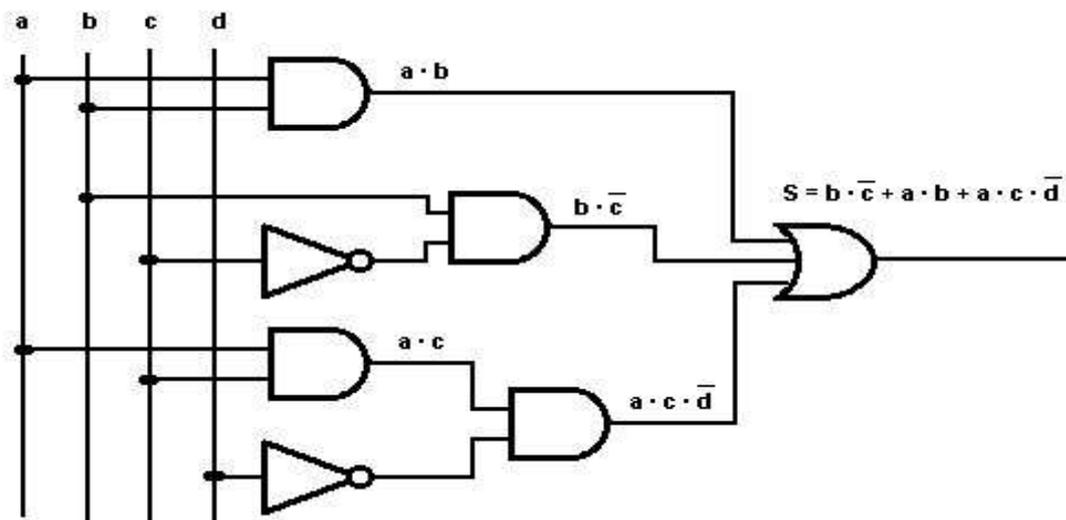
SEGUNDA SOLUCIÓN



(En rojo la agrupación corregida con respecto a la anterior entrega)

$$S = ab + ac\bar{d} + bc$$

Es la misma solución que la anterior.



7.- Realizar las conversiones entre sistemas de numeración que se indican a continuación:

- a) $479,22_{10}$ convertirlo a base binaria (con cuatro decimales de precisión).
- b) $3AC_{16}$ convertirlo a base decimal.
- c) $4A7_{16}$ convertirlo a base binaria.

a)

$$479,22_{10} \\ 479,22_{10} = 479_{10} + 0,22_{10}$$

479	2				
07	239	2			
19	03	119	2		
1	19	19	59	2	
1	1	1	19	29	2
	1	1	1	09	14
				1	0
					7
					1
					3
					1
					1

$479_{10} = 111011111_2$

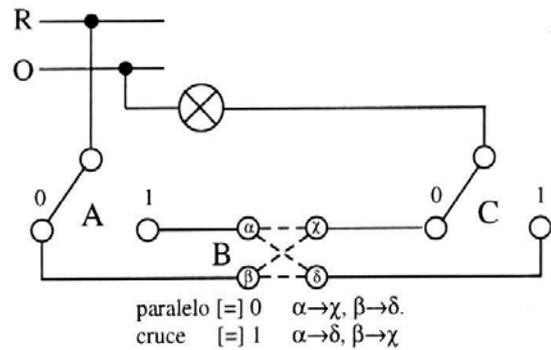
0,22	0,44	0,88	0,76	
× 2	× 2	× 2	× 2	
0,44	0,88	1,76	1,52	$0,22_{10} = 0,0011_2$

Por tanto, $479,22_{10} = 111011111,0011_2$

- b) $3AC_{16} \begin{cases} A=10 \\ C=12 \end{cases} \rightarrow 3AC_{16} = 3 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^1 + 12 \cdot 16^0 = 768 + 160 + 12 = 940_{10}$
- c) $4A7_{16} \begin{cases} 4_{16} \rightarrow 4_{16} = 0100_2 \\ A=10 \rightarrow 10_{16} = 1010_2 \\ 7_{16} \rightarrow 7_{16} = 0111_2 \end{cases} \rightarrow \text{Por tanto, } 4A7_{16} = 10010100111_2$

8.- En una habitación existe una instalación de alumbrado controlada desde tres puntos mediante dos conmutadores y un inversor, tal como se indica en el esquema que se acompaña:

- Obtener la tabla de la verdad.
- Enunciar la ecuación lógica correspondiente.
- Simplificar dicha ecuación lógica mediante el método de Karnaugh.
- Implementar el circuito lógico correspondiente.



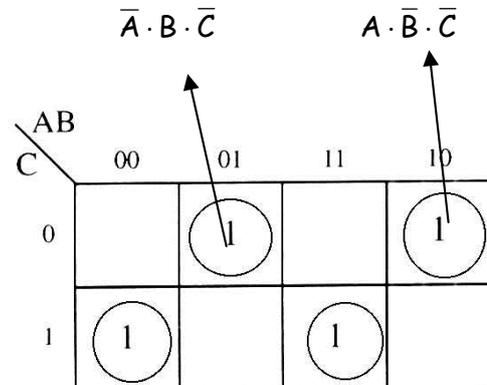
a)

tabla de verdad			
A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

«minterm»

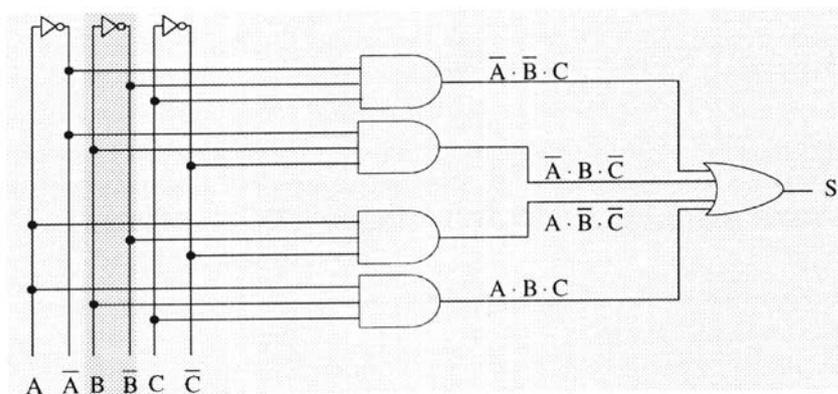
- $\bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$
- $\bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$
- $A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$
- $A \cdot B \cdot C$

b)



*NO se puede simplificar: $S = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C$

c)



9.- Realizar las conversiones entre sistemas de numeración que se indican a continuación:

- a) $47,45_{(10)}$ convertirlo a base binaria (con cuatro decimales).
- b) $1001101,0101_{(2)}$ convertirlo a base decimal.
- c) $3EF_{(16)}$ convertirlo a base decimal.

$$47:2 = 23 + 1 \quad 23:2 = 11 + 1 \quad 11:2 = 5 + 1 \quad 5:2 = 2 + 1 \quad 2:2 = 1 + 0$$
$$0,45 \times 2 = 0,90 \quad 0,90 \times 2 = 1,80 \quad 0,80 \times 2 = 1,60 \quad 0,60 \times 2 = 1,2$$

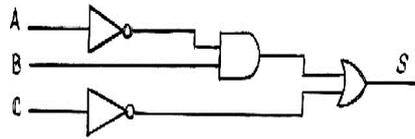
a) $47,45_{(10)} = 101111,0111_{(2)}$

b) $1001101,0101_{(2)} = 2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^0 + 2^{-2} + 2^{-4} = 77,3125_{(10)}$

c) $3EF_{(16)} = 3 \times 16^2 + E \times 16^1 + F \times 16^0 = 3 \times 256 + 14 \times 16 + 15 = 768 + 224 + 15 = 1007_{(10)}$

10.- Analizar el siguiente circuito lógico para obtener:

- Ecuación de la función que representa al circuito.
- Tabla de verdad
- Primera forma canónica de la función.



a)

$$S = \bar{a}b + \bar{c}$$

b)

a	b	c	a'	a' b	c'	S=a' b+c'
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

a	b	c	S=a' b+c'
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

c)

$$S = \sum_3 (0,2,3,4,6) \rightarrow S = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot b \cdot \bar{c} + \bar{a} \cdot b \cdot c + a \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} + a \cdot b \cdot \bar{c}$$

11.- Realizar las conversiones entre sistemas de numeración que se indican a continuación:

- a) $234,29_{10}$ convertirlo a base binaria (con cuatro decimales de precisión).
- b) $1110001,1101_2$ convertirlo a base decimal.
- c) 453_{10} convertirlo a base hexadecimal.

a)

	Cociente	Re sto	
$234 : 2$	117	0	_____
$117 : 2$	58	1	_____
$58 : 2$	29	0	_____
$29 : 2$	14	1	_____
$14 : 2$	7	0	_____
$7 : 2$	3	1	_____
$3 : 2$	1	1	_____

Bit más significativo 1 1 1 0 1 0 1 0

- $0,29 \cdot 2 = 0,58 \rightarrow$ Primer dígito fraccionario : 0
- $0,58 \cdot 2 = 1,16 \rightarrow$ Segundo dígito fraccionario : 1
- $0,16 \cdot 2 = 0,32 \rightarrow$ Tercer dígito fraccionario : 0
- $0,32 \cdot 2 = 0,64 \rightarrow$ Cuarto dígito fraccionario : 0

$234,29_{(10)} = 11101010,0100_{(2)}$

b)

$$\begin{aligned}
 1110001,1101_{(2)} &= 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + \\
 &+ 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} = 64 + 32 + 16 + 0 + 0 + 0 + 0 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{0}{8} + \frac{1}{16} = \\
 &= 113 + 0,5 + 0,25 + 0 + 0,0625 = 113,8125_{(10)}
 \end{aligned}$$

c)

	Cociente	Re sto	
$453 : 16$	28	5	_____
$28 : 16$	1	12	_____

Bit más significativo 1 12 5

$1110001,1101_{(2)} = 113,8125_{(10)}$

$(12 = C) \rightarrow 1C5$

$453_{(10)} = 1C5_{(16)}$

12- El encendido de una lámpara se accionar mediante la combinación de tres pulsadores A, B y C. La lámpara deberá encenderse cuando:

1. Se accione un solo pulsador.
2. Se accionen dos pulsadores simultáneamente que nos sean el A y B.
 - a) Obtener la tabla de la verdad.
 - b) Enunciar la ecuación lógica correspondiente.
 - c) Simplificar dicha ecuación lógica mediante el método de Karnaugh.
 - d) Implementar el circuito correspondiente usando para ello cualquier tipo de puertas lógicas..

a)

	A	B	C	S
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	0
7	1	1	1	0

b)

1ª Forma Canónica : Suma de productos que dan salida 1

$$S = \sum_3(1,2,3,4,5)$$

$$S = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot C$$

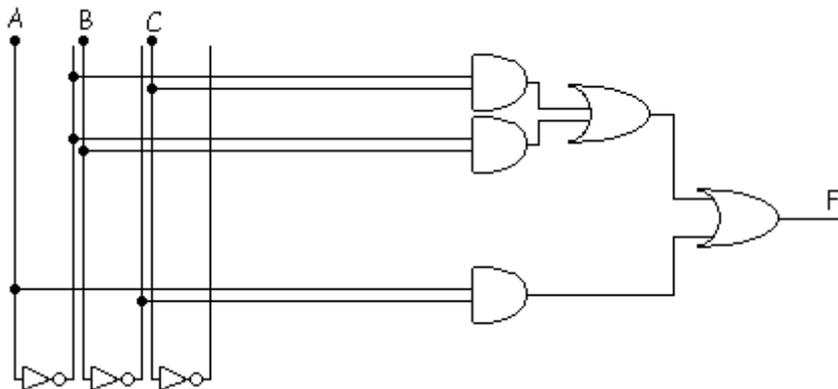
c)

AB	00	01	11	10
C				
0		1		1
1	1	1		1

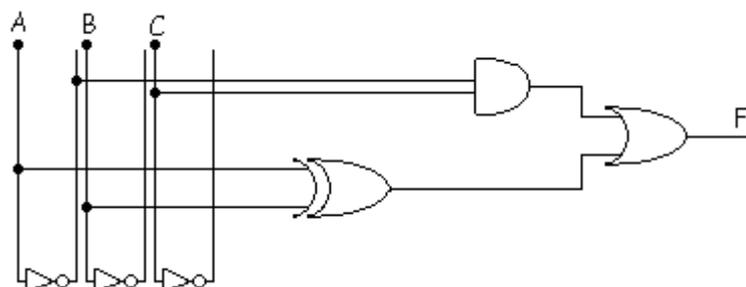
$\bar{A} \cdot B$ $A \cdot \bar{B}$

$$S = \bar{A} \cdot C + \underbrace{\bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}}_{A \oplus B} = \bar{A}C + A \oplus B$$

d)



6



SEGUNDA SOLUCIÓN

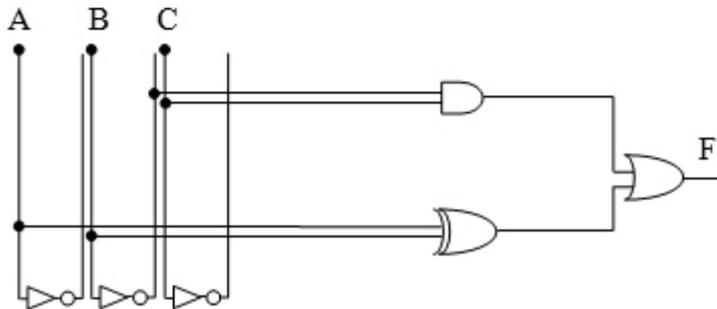
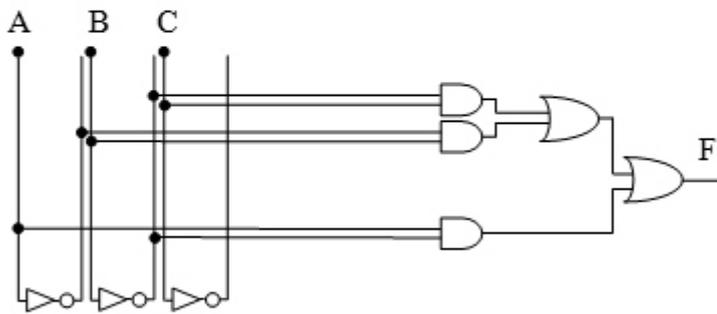
AB	00	01	11	10
C				
0		1		1
1	1	1		1

\swarrow
 $\bar{B} \cdot C$

\swarrow
 $\bar{A} \cdot B$

\swarrow
 $A \cdot \bar{B}$

$$S = \bar{B} \cdot C + \underbrace{\bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}}_{A \oplus B} = \bar{A}C + A \oplus B$$



13.- Con la Tabla de verdad que tienes a continuación:

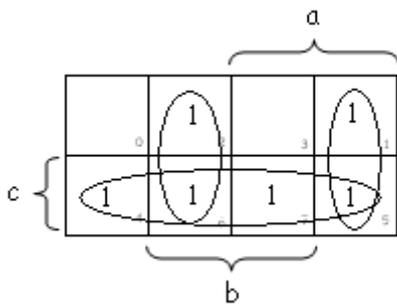
- Obtén la función lógica correspondiente en minterminos.
- Simplifica dicha función por el método de Karnaugh.
- Implementar un posible circuito que se corresponda con la función anterior.

c	b	a	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

a)

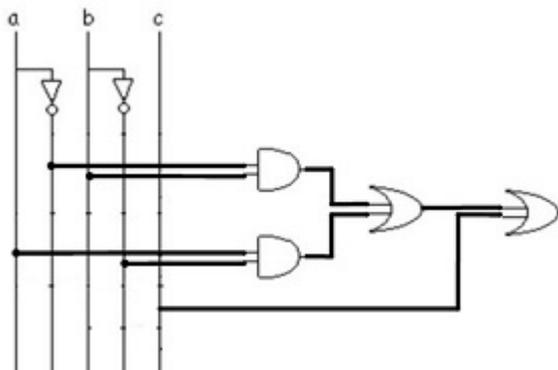
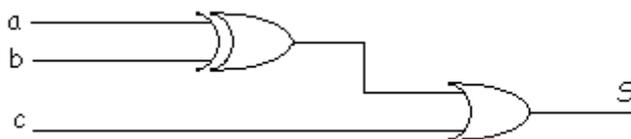
$$S = \sum_3(1,2,4,5,6,7) = \bar{c}\bar{b}a + \bar{c}b\bar{a} + \bar{c}ba + c\bar{b}\bar{a} + c\bar{b}a + cba$$

b)



$$S = c + \bar{a}b + a\bar{b} = c + a \oplus b$$

c) Posibles circuitos serían:

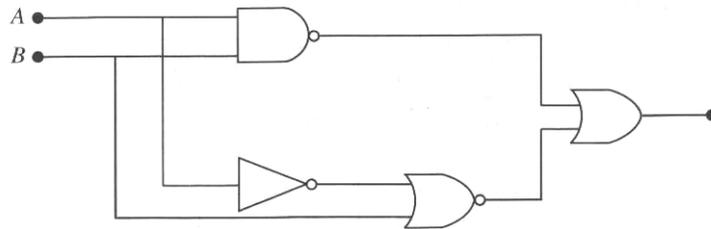


14. Analizar el circuito para obtener:

a) Ecuación de la función que representa al circuito.

b) Tabla de verdad

c) Implementación de la función simplificada.



a)

$$F = \overline{AB} + \overline{\overline{A} + B}$$

b)

a	b	ab	(ab)'	a'	a'+b	(a'+b)'	S= (ab)'+(a'+b)'
0	0	0	1	1	1	0	1
0	1	0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	1	0	0

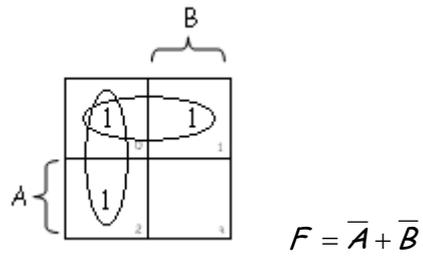
A	B	F
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

c)

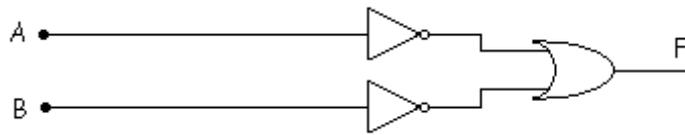
Simplificación algebraica:

$$F = \overline{AB} + \overline{\overline{A} + B} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{\overline{A} \cdot B} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{\overline{A}} \cdot \overline{B} = \overline{A} + \overline{B} + \underbrace{A \cdot \overline{B}}_1 = \overline{A} + \overline{B}$$

Simplificación por Karnaugh:



Circuito lógico simplificado:



15.- Un zumbador debe de accionarse para dar una señal de alarma cuando cuatro relés A, B, C y D cumplen las siguientes condiciones:

A y B excitados, C y D en reposo.

A y D excitados, B y C en reposo.

C excitado, A, B y D en reposo.

A, B y C excitados, D en reposo.

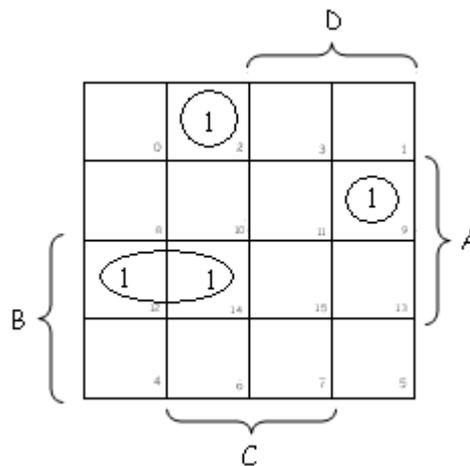
Se pide:

La tabla de verdad correspondiente, la función lógica de funcionamiento y el esquema con puertas lógicas de dos entradas.

Tabla de verdad

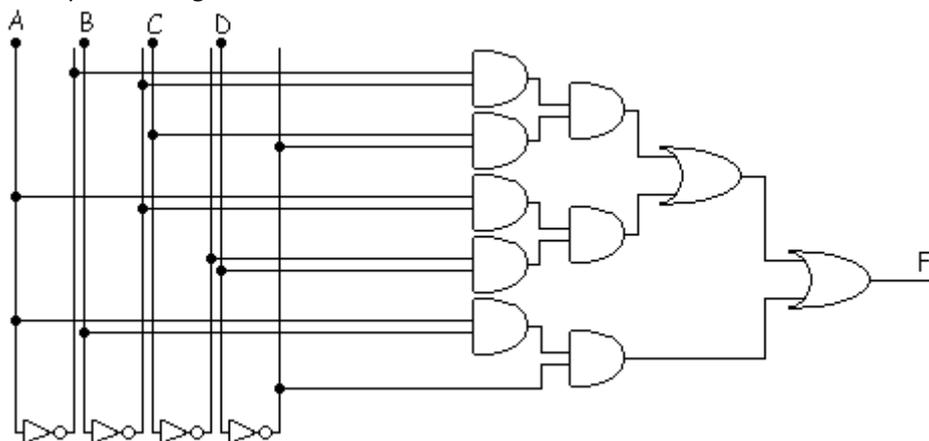
A	B	C	D	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	0	1	0
1	1	1	0	1
1	1	1	1	0

$$F = \sum_4(2,9,12,14) = \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + A\overline{B}\overline{C}\overline{D} + A\overline{B}\overline{C}D$$



$$F = \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}\overline{C}D + A\overline{B}\overline{C}\overline{D}$$

Esquema con puertas lógicas



16.- Diseña un circuito combinacional de 3 entradas y 1 salida, donde la salida sea 1 cuando una y sólo una de las entradas A y B esté a 0 y la entrada C esté a 1. En los demás casos, la salida es 0. La entrada A es la de mayor peso. Se pide:

- La tabla de la verdad correspondiente al circuito.
- La función lógica en su primera forma canónica.
- La expresión simplificada obtenida mediante mapas de Karnaugh.
- Implementación del circuito lógico con puertas NAND.

a)

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

b)

$$F = \bar{a}bc + a\bar{b}c$$

c)

	bc	00	01	11	10
a	0	0	1	1	2
1	4	1	5	7	6

No es posible la simplificación

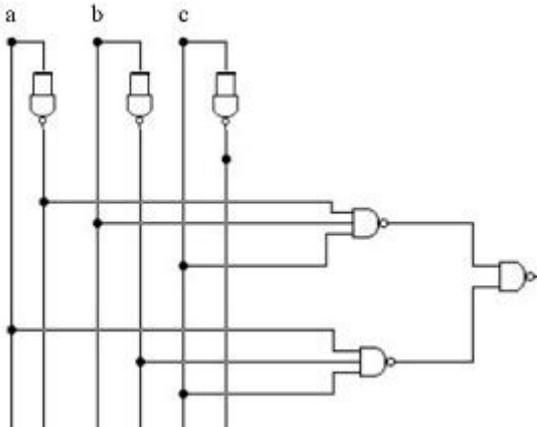
c)

Para la implementación de este circuito con puertas NAND aplicaremos las siguientes propiedades:

$$\overline{\overline{a}} = a \quad (\text{ley de involucion})$$

$$\overline{a+b} = \bar{a}\bar{b} \quad (\text{Teorema de Morgan})$$

$$F = \bar{a}bc + a\bar{b}c = \overline{\overline{\bar{a}bc}} + \overline{\overline{a\bar{b}c}} = \overline{\overline{\bar{a}bc} \cdot \overline{a\bar{b}c}}$$



17.- Un circuito combinacional tiene salida 1 cuando, al menos, una de las entradas B y C está a 1; y tiene salida 0 cuando A es 1, independientemente de B y C. Utiliza la entrada A como la de mayor peso. Se pide:

- La tabla de la verdad correspondiente al circuito.
- La función lógica en su primera forma canónica.
- La expresión simplificada obtenida mediante mapas de Karnaugh.
- Implementación del circuito lógico con puertas NAND.

a)

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

b)

$$F = \bar{a}bc + a\bar{b}c + abc$$

c)

a \ bc	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	4	5	7	6

$$F = \bar{a}c + \bar{a}b$$

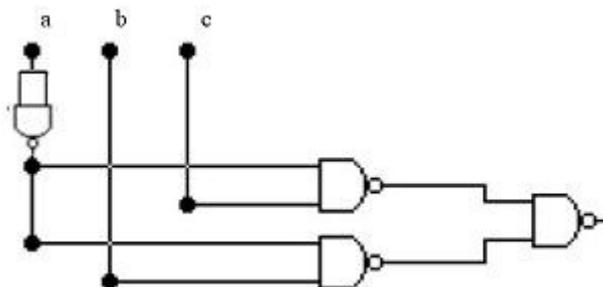
d)

Para la implementación de este circuito con puertas NAND aplicaremos las siguientes propiedades:

$$\bar{\bar{a}} = a \quad (\text{ley de involucion})$$

$$\overline{a+b} = \bar{a}\bar{b} \quad (\text{Teorema de Morgan})$$

$$F = \bar{a}c + \bar{a}b = \overline{\overline{\bar{a}c + \bar{a}b}} = \overline{\bar{a}c \cdot \bar{a}b}$$



18.- En un proceso industrial con 8 estados diferentes, se desea que se active un ventilador de refrigeración en los estados 0, 2, 5 y 7. El número de estados es un código de 3 bits en binario natural que suministra un ordenador de control. Se pide:

- La tabla de la verdad correspondiente al circuito.
- La función lógica en su primera forma canónica.
- La expresión simplificada obtenida mediante mapas de Karnaugh.
- Implementación del circuito lógico con puertas NAND.

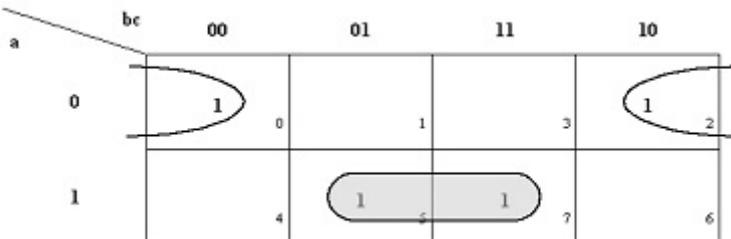
a)

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

b)

$$F = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + a\bar{b}c + abc$$

c)



$$F = \bar{a}\bar{c} + ac$$

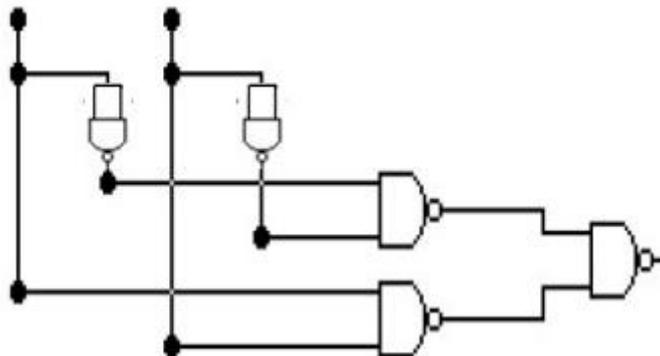
d)

Para la implementación de este circuito con puertas NAND aplicaremos las siguientes propiedades:

$$\bar{\bar{a}} = a \quad (\text{ley de involucion})$$

$$\overline{a+b} = \bar{a}\bar{b} \quad (\text{Teorema de Morgan})$$

$$F = \bar{a}\bar{c} + ac = \overline{\overline{\bar{a}\bar{c}}} + ac = \overline{\overline{\bar{a}\bar{c}}} + ac$$



19. A partir de la siguiente tabla de verdad:

a) Obtener la primera forma canónica de la función.

b) Simplificar la expresión anterior por el método de Karnaugh.

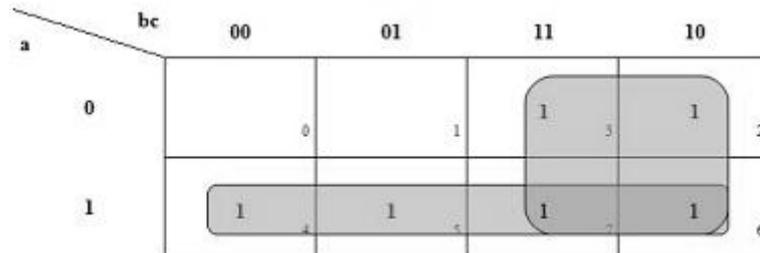
c) Implementar el circuito combinacional correspondiente

a	b	c	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

a)

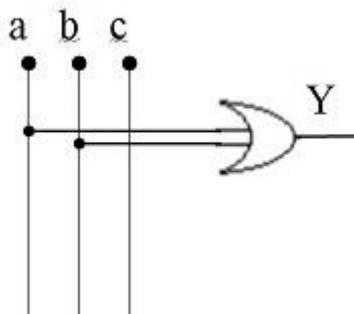
$$Y = \bar{a}\bar{b}\bar{c} + \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}bc + a\bar{b}\bar{c} + a\bar{b}c + abc$$

b)



c)

$$Y = a + b$$



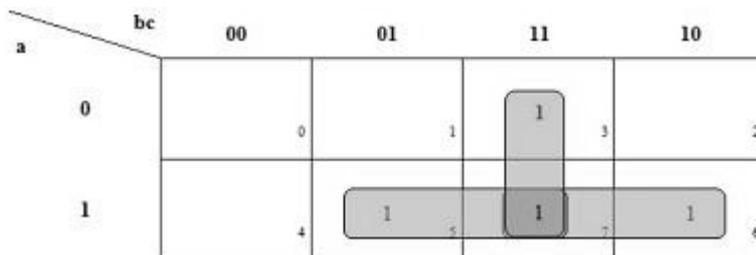
20.- Un motor es controlado mediante tres pulsadores: A, B y C; de tal forma que el motor se activa únicamente cuando se pulsan dos pulsadores cualesquiera o se pulsen los tres. Se pide:

- La tabla de la verdad correspondiente al circuito.
- La función lógica en su primera forma canónica.
- La expresión simplificada obtenida mediante mapas de Karnaugh.
- Implementación del circuito lógico con el menor número posible puertas NAND de dos y tres entradas.

a)

a	b	c	M
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$M = \bar{a}bc + a\bar{b}c + abc + ab\bar{c}$$



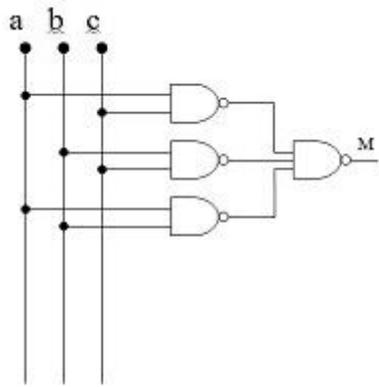
$$M = ac + bc + ab$$

Para la implementación de este circuito con puertas NAND aplicaremos las siguientes propiedades:

$$\bar{\bar{a}} = a \quad (\text{ley de involucion})$$

$$\overline{a+b} = \bar{a}\bar{b} \quad (\text{Teorema de Morgan})$$

$$M = \overline{\overline{ac + bc + ab}} = \overline{\overline{ac} \cdot \overline{bc} \cdot \overline{ab}}$$



21. A partir de la siguiente tabla de verdad:

- Obtener la primera forma canónica de la función.
- Simplificar la función anterior por el método de Karnaugh.
- Diseñar un circuito electrónico con el menor número de puertas lógicas.

a	b	c	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

SOLUCIÓN

a)

$$F = \bar{a}\bar{b}c + \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}bc + abc$$

b)

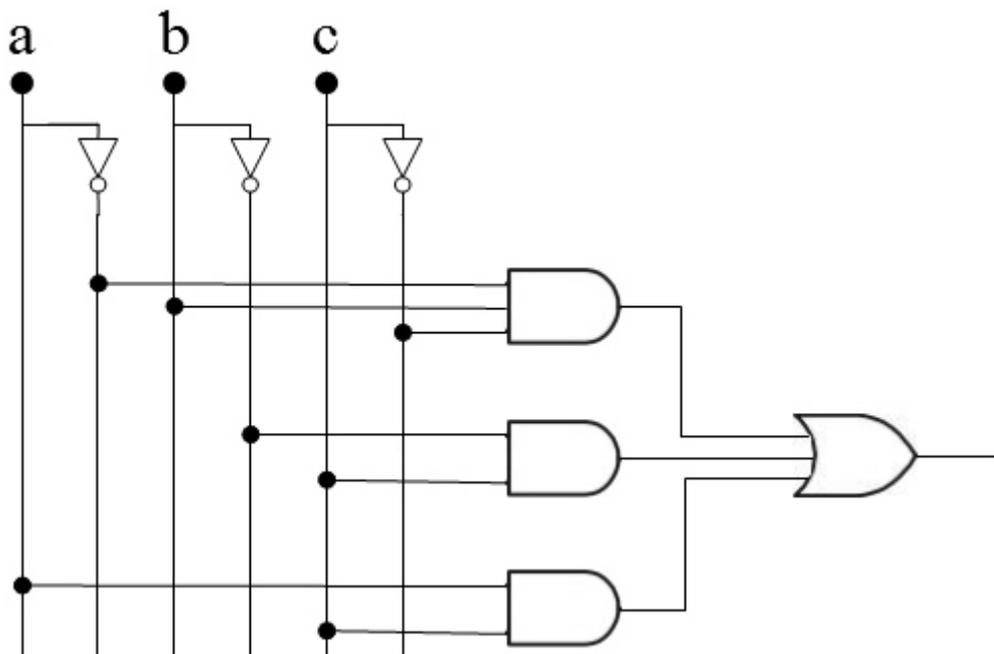
Situamos los términos que hacen verdadera la función sobre la cuadrícula de tres variables para simplificar por el método de Karnaugh.

<i>bc</i>	00	01	11	10
<i>a</i>	0	1		1
1		1	1	

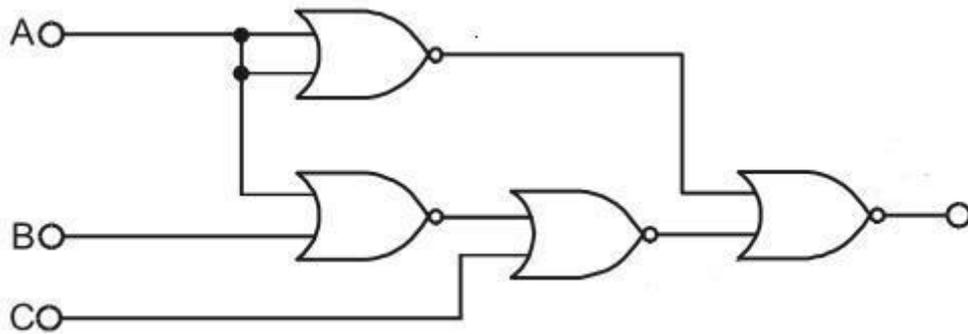
La función obtenida es:

$$F = \bar{a}\bar{b}c + \bar{b}c + ac$$

c)
Y su circuito es:



- 22) Dado el siguiente circuito, obtener:
- Ecuación de la función de salida (S).
 - Tabla de verdad.
 - Implementación de la función simplificada.



SOLUCIÓN

a)

$$S = \overline{\overline{\overline{a+a+b+c}}}$$

b)

a	b	c	\overline{a}	a+b	$\overline{a+b}$	$\overline{a+b+c}$	$\overline{\overline{a+b+c}}$	$\overline{\overline{\overline{a+a+b+c}}}$	$\overline{\overline{\overline{\overline{a+a+b+c}}}}$
0	0	0	1	0	1	1	0	1	0
0	0	1	1	0	1	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
1	1	1	0	1	0	1	0	0	1

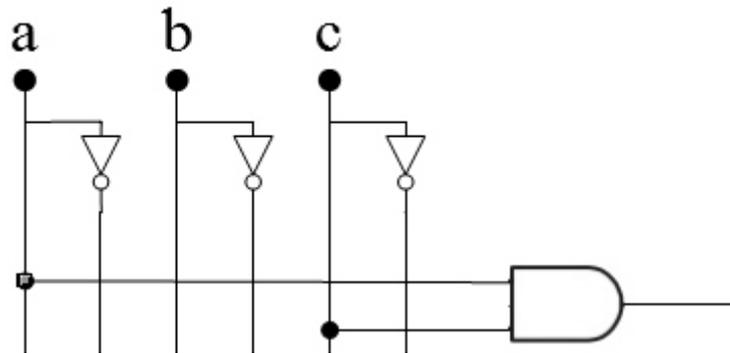
Por tanto, la tabla de verdad sería la siguiente:

a	b	c	$\overline{\overline{\overline{a+a+b+c}}}$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

c)

a \ bc	00	01	11	10
0	0	1	3	2
1	4	5	7	6

$$S = A \cdot C$$



23) Un proceso de fabricación es controlado por cuatro sensores A, B, C y D, de forma que sus salidas son "0" o "1", según estén desactivados o activados respectivamente. El proceso deberá detenerse cuando está activado el sensor A o cuando lo estén, al menos, dos sensores cualesquiera. Se pide:

- Realice la tabla de verdad de funcionamiento en marcha del proceso de fabricación ($S=1$ (marcha); $S=0$ (parada)).
- Simplifique la función por el método de Karnaugh.
- Represente el esquema del circuito con puertas lógicas.

SOLUCIÓN

a) Realizamos primeramente su tabla de verdad.

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>S</i>
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	0
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	0

b) Si situamos los términos sobre la cuadrícula para simplificarla por Karnaugh.

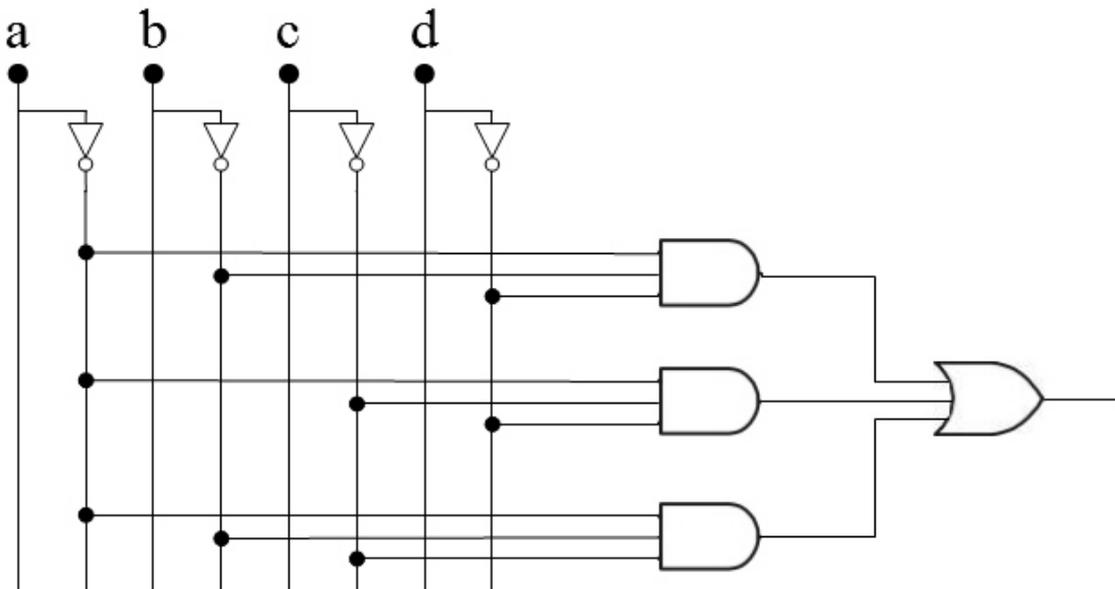
<i>CD</i>	00	01	11	10
<i>AB</i> 00	1	1		1
01	1			
11				
10				

Obtenemos la función:

$$S = \overline{A}BD + A\overline{C}D + \overline{A}BC$$

c)

El circuito resultante será:



24) En un determinado proceso industrial se verifica la calidad de unas piezas metálicas. Las piezas pasan a través de tres sensores que determinan el estado de las mismas. Si al menos dos sensores detectan defectos en las mismas serán desechadas.

- Tabla de verdad y función lógica del detector de piezas defectuosas en su primera forma canónica.
- Simplifica la función lógica mediante el método de Karnaugh.
- Implementa el circuito con puertas lógicas universales NAND.

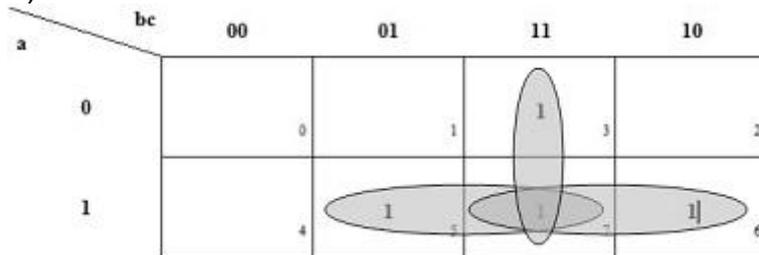
SOLUCIÓN

a)

a	b	c	D
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$D = \bar{a}bc + a\bar{b}c + ab\bar{c} + abc$$

b)



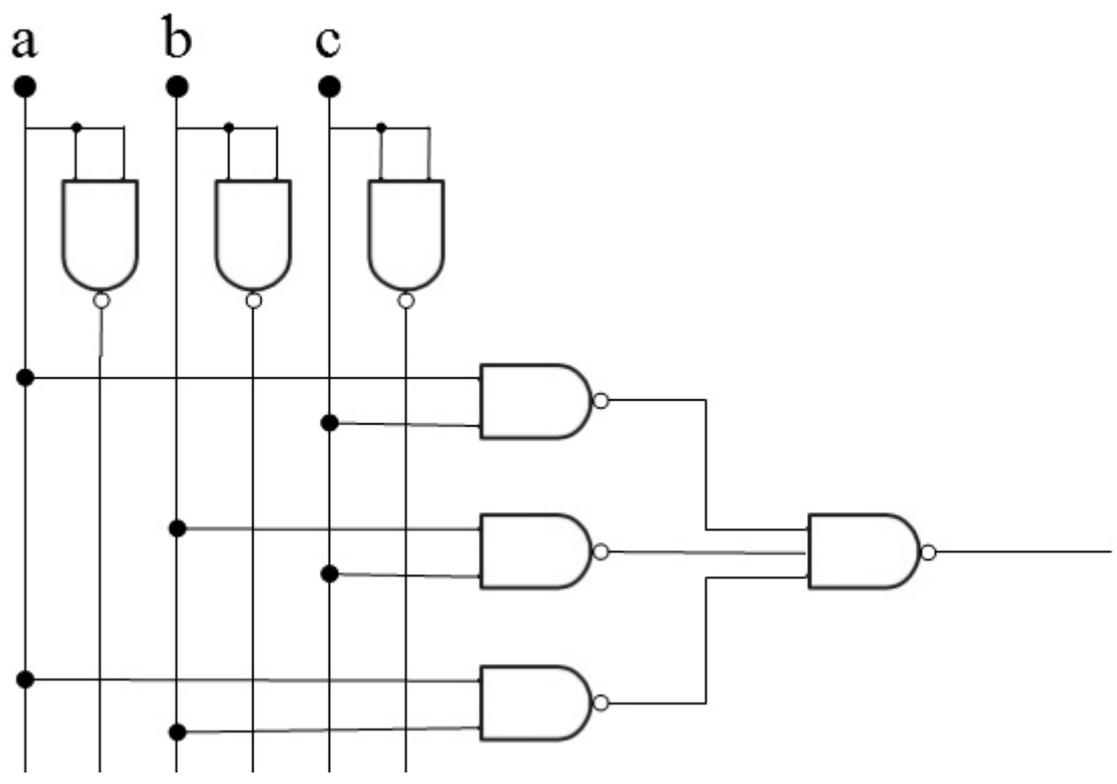
$$D = ac + bc + ab$$

c) Para la implementación de este circuito con puertas NAND aplicaremos las siguientes propiedades:

$$\overline{\overline{a}} = a \quad (\text{ley de involucion})$$

$$\overline{a+b} = \overline{a} \cdot \overline{b} \quad (\text{Teorema de Morgan})$$

$$D = ac + bc + ab = \overline{\overline{ac + bc + ab}} = \overline{\overline{ac} \cdot \overline{bc} \cdot \overline{ab}}$$



25) En un circuito lógico con tres señales de entrada (a, b y c) la salida se activa si al menos están activadas dos señales de entrada cualesquiera. Si la señal de entrada C está activada, la salida se activa siempre. Hállense:

- La tabla de verdad.
- La función lógica correspondiente a su primera forma canónica.
- La función lógica simplificada por el método de Karnaugh.
- El esquema del circuito implementados con puertas NAND.

SOLUCIÓN

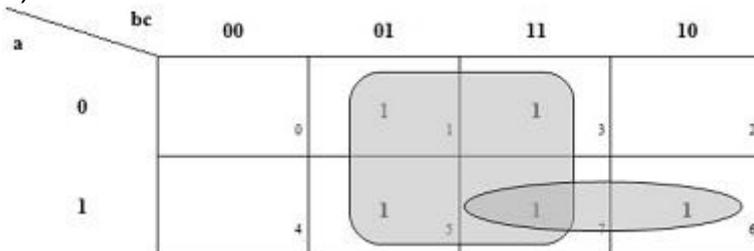
a)

a	b	c	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

b)

$$F = \bar{a}bc + \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}bc + a\bar{b}\bar{c} + abc$$

c)



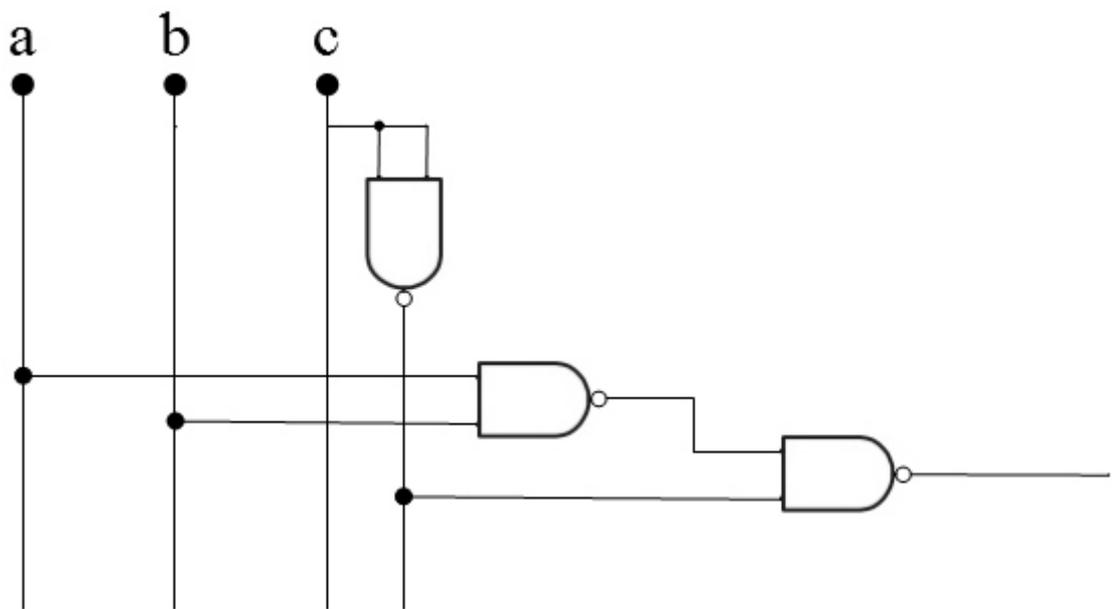
$$F = ab + c$$

d) Para la implementación de este circuito con puertas NAND aplicaremos las siguientes propiedades:

$$\overline{\overline{a}} = a \quad (\text{ley de involucion})$$

$$\overline{a+b} = \bar{a}\bar{b} \quad (\text{Teorema de Morgan})$$

$$F = ab + c = \overline{\overline{ab}} + c = \overline{\overline{ab} \cdot \overline{c}}$$



26) Queremos que una máquina expendedora de refrescos suministre una lata de naranjada cuando está pulsada la opción A, una de limonada cuando está pulsada la opción B y una de gaseosa cuando están pulsadas ambas opciones. Por otra parte también dispone de dos sensores C y D. El primero nos indica activándose si se ha echado la moneda correspondiente, y el segundo se activa cuando no hay latas disponibles. Si se cumplen las condiciones de suministro, un motor deberá abrir una trampilla que da acceso a la bebida. Se pide diseñar un circuito lógico que controle el motor de apertura solucionando las siguientes cuestiones:

- Obtener la tabla de verdad.
- Obtener la ecuación lógica correspondiente a su primera forma canónica.
- Simplificar la ecuación.
- Diseñar el circuito completo con puertas NAND de dos entradas.

SOLUCIÓN

a)

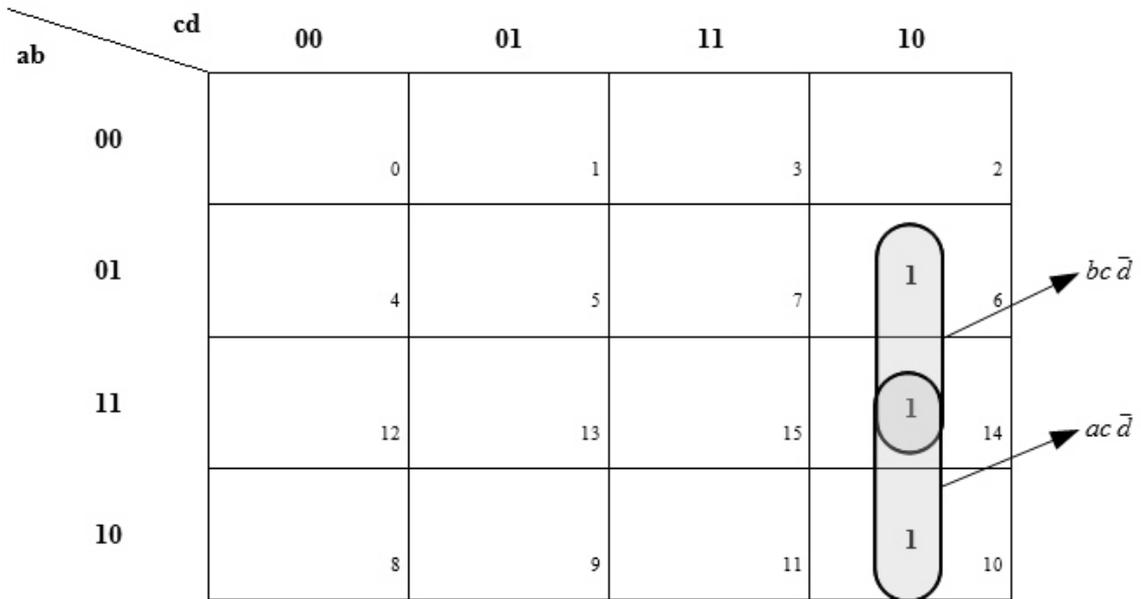
	A	B	C	D	E	F	G	H	M
000	0	0	0	0					0
001	0	0	0	1					0
002	0	0	1	0					0
003	0	0	1	1					0
004	0	1	0	0					0
005	0	1	0	1					0
006	0	1	1	0					1
007	0	1	1	1					0
008	1	0	0	0					0
009	1	0	0	1					0
010	1	0	1	0					1
011	1	0	1	1					0
012	1	1	0	0					0
013	1	1	0	1					0
014	1	1	1	0					1
015	1	1	1	1					0

b) $M = A'BCD' + AB'CD' + ABCD'$
 $M = \overline{A}BC\overline{D} + A\overline{B}C\overline{D} + ABC\overline{D}$

Cogiendo el valor decimal de las combinaciones que activan la salida obtenemos la suma de productos.

$M = \sum(6, 10, 14)$ (suma de productos)

c)



$$M = ACD' + BCD'$$

$$M = AC\bar{D} + BC\bar{D}$$

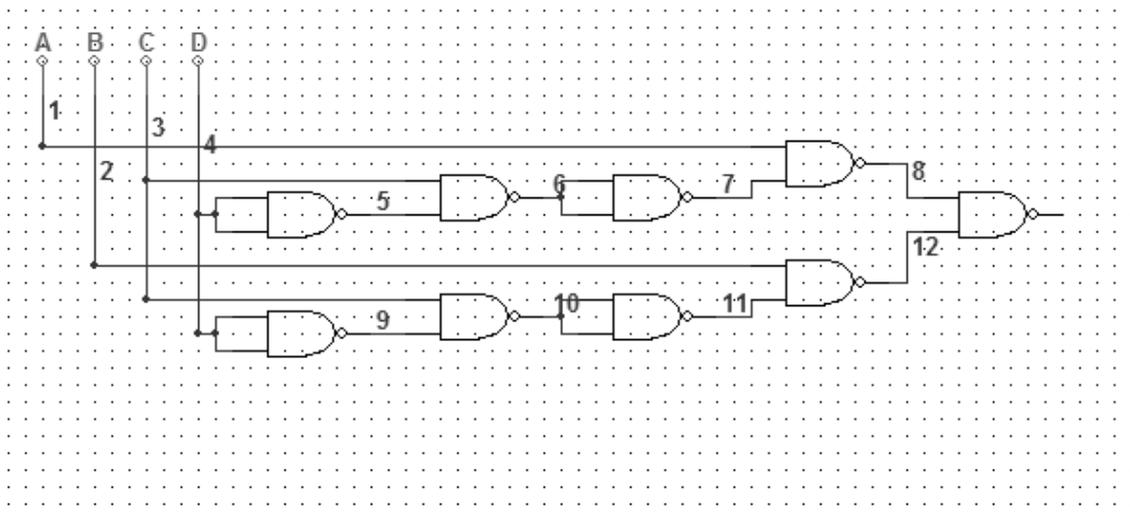
d)

Para la implementación de este circuito con puertas NAND aplicaremos las siguientes propiedades:

$$\overline{\overline{a}} = a \quad (\text{ley de involucion})$$

$$\overline{a+b} = \overline{a} \cdot \overline{b} \quad (\text{Teorema de Morgan})$$

$$M = ac\bar{d} + bc = \overline{\overline{ac\bar{d}}} + \overline{\overline{bc}} = \overline{\overline{ac} \cdot \overline{\bar{d}}} = \overline{\overline{ac} \cdot bcd}$$

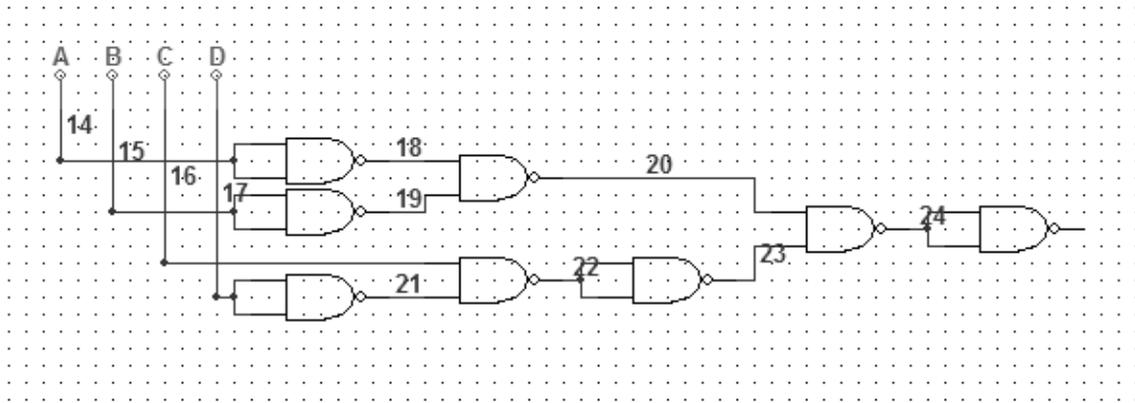


SEGUNDA SOLUCIÓN

Se puede comprobar que la función se puede simplificar aún más por métodos algebraicos.

$$M = AC\bar{D} + BC\bar{D} = C\bar{D}(A + B)$$

$$M = C\bar{D}(A + B)$$



- 27) Un sistema automatizado de riego nos indica el nivel de humedad del suelo mediante dos sensores A y B. Cuando no es necesario el riego ambos sensores están a 0. Los riegos se realizarán siempre que alguno de los sensores, A o B, esté activo, preferentemente por la noche, salvo en el caso de sequedad extrema que podrán ser a cualquier hora del día. Cuando la sequedad es extrema ambos sensores, A y B, se ponen a 1. El sistema dispone de un sensor de luz C que se activa al oscurecer. Por otra parte, el suministro de agua procede de un depósito que nos manda una señal activa D cuando no tiene suficiente líquido para el riego y por tanto no se puede realizar. Diseñar el circuito que gobierne la válvula que abre el paso de agua.
- Obtener la tabla de verdad.
 - Obtener la ecuación lógica correspondiente a su primera forma canónica.
 - Simplificar la ecuación.
 - Diseñar el circuito completo con puertas lógicas de dos entradas.

SOLUCIÓN

a)

	A	B	C	D	E	F	G	H
000	0	0	0	0				0
001	0	0	0	1				0
002	0	0	1	0				0
003	0	0	1	1				0
004	0	1	0	0				0
005	0	1	0	1				0
006	0	1	1	0				1
007	0	1	1	1				0
008	1	0	0	0				0
009	1	0	0	1				0
010	1	0	1	0				1
011	1	0	1	1				0
012	1	1	0	0				1
013	1	1	0	1				0
014	1	1	1	0				1
015	1	1	1	1				0

b) $V = A'BCD' + AB'CD' + ABC'D' + ABCD'$
 $V = \overline{A}BC\overline{D} + A\overline{B}C\overline{D} + ABC\overline{D} + ABC\overline{D}$
 $V = \sum(6,10,12,14)$ (suma de productos)

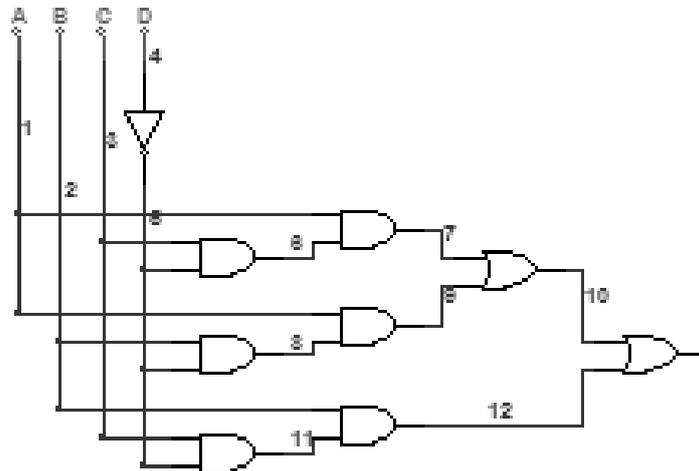
c)

ab \ cd	00	01	11	10
00	0	1	3	2
01	4	5	7	6
11	12	13	15	14
10	8	9	11	10

$$V = ACD' + ABD' + BCD'$$

$$V = AC\bar{D} + AB\bar{D} + BC\bar{D}$$

d)



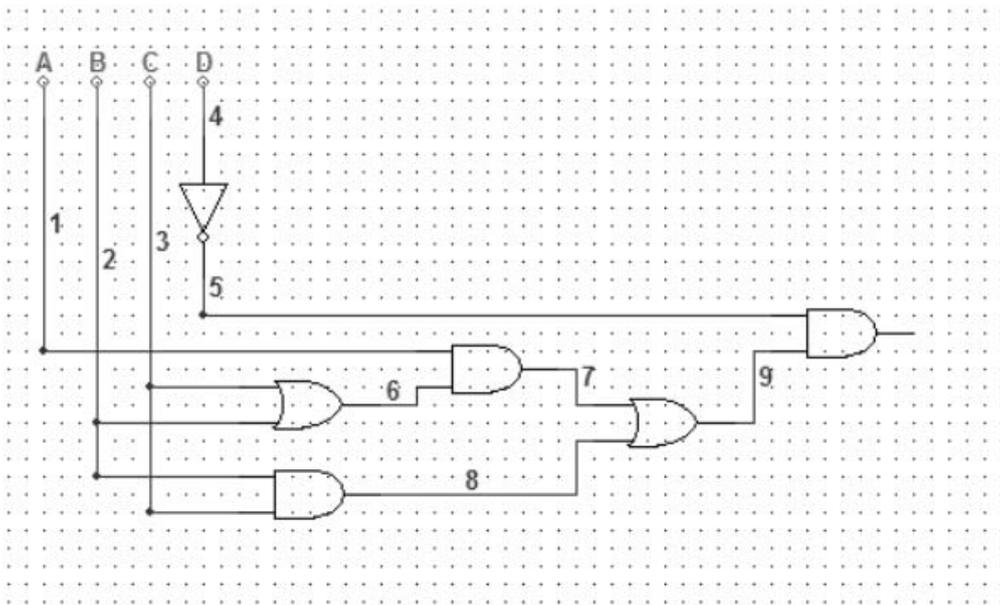
OTRAS TRES SOLUCIONES

Se puede comprobar que la función se puede simplificar aún más por métodos algebraicos.

$$V = AC\bar{D} + AB\bar{D} + BCD$$

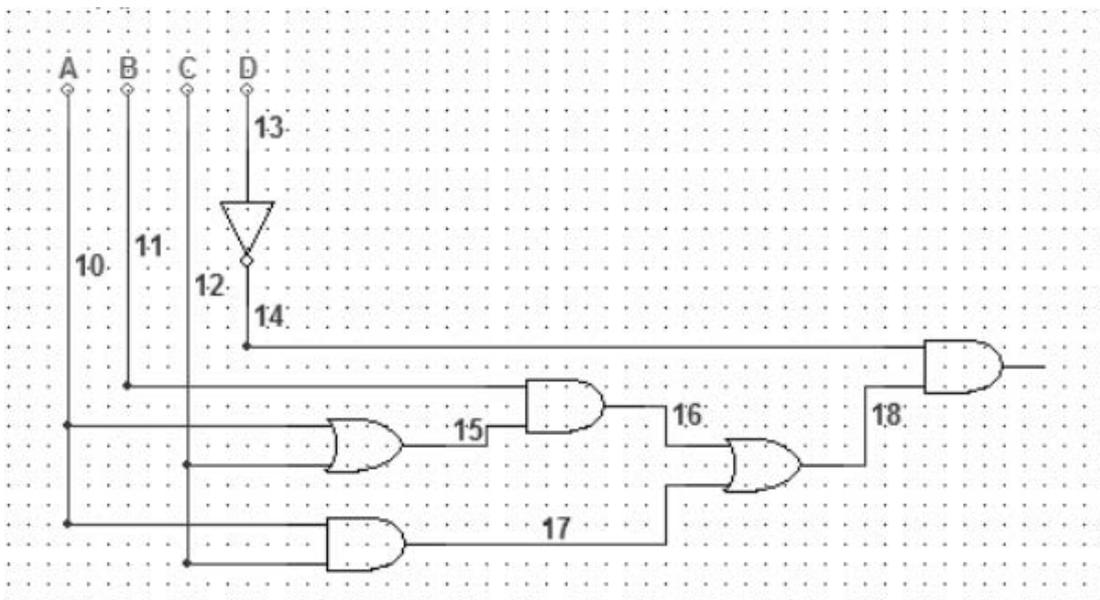
1) $V = D'(A(C+B) + BC)$

$$V = AC\bar{D} + AB\bar{D} + BCD = \bar{D} \cdot (A \cdot (C + B) + BC) \Rightarrow V = \bar{D} \cdot (A \cdot (C + B) + BC)$$



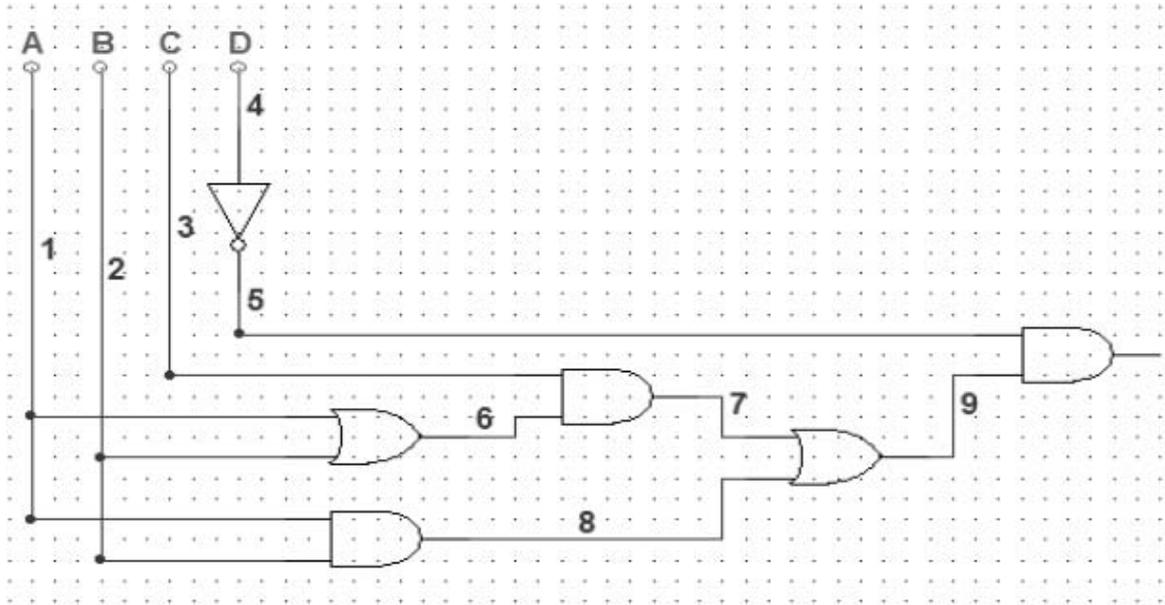
2) $V = D'(B(A+C) + AC)$

$$V = AC\bar{D} + AB\bar{D} + BCD = \bar{D}(B(A+C) + AC) \Rightarrow V = \bar{D}(B(A+C) + AC)$$

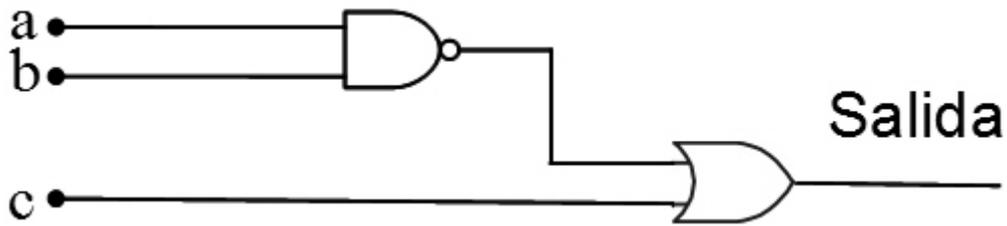


3) $V = D'(C(A+B) + AB)$

$$V = AC\bar{D} + AB\bar{D} + BC\bar{D} = \bar{D}(C(A+B) + AB) \Rightarrow V = \bar{D}(C(A+B) + AB)$$



28) Obtener del siguiente circuito lógico su función lógica, su tabla de verdad y construir el circuito lógico con puertas NAND de dos entradas.



SOLUCIÓN

a) Función lógica:

$$F = \overline{ab} + c$$

b) Tabla de verdad

a	b	c	ab	\overline{ab}	$\overline{ab} + c$
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	1

Por tanto, la tabla de verdad sería la siguiente:

a	b	c	$\overline{ab} + c$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

c) Circuito con puertas NAND de dos entradas:

Para la implementación de este circuito con puertas NAND aplicaremos las siguientes propiedades:

$$\overline{\overline{a}} = a \quad (\text{ley de involucion})$$

$$\overline{a + b} = \overline{a} \cdot \overline{b} \quad (\text{Teorema de Morgan})$$

$$F = \overline{\overline{\overline{ab + c}}} = \overline{\overline{\overline{ab} \cdot \overline{c}}}$$

